1、异或门:①带非门的或门;②与门控制非门。

2、半加器:两个一位二进制数加法运算。

异或门的输出为输出端,两个输入端组成与门输出为进位端。

$$\begin{array}{rcc} & & \boxed{\text{输入端}} \\ + & \boxed{\text{进位端}} & \boxed{\text{输入端}} \\ \hline & \boxed{} & \boxed{\text{输出端}} \end{array} \qquad \begin{array}{rcc} & & \boxed{1} \\ + & \boxed{0} & \boxed{0} \\ \hline & \boxed{} & \boxed{1} \end{array} \qquad \begin{array}{rcc} & & \boxed{1} \\ + & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \hline & \boxed{} & \boxed{0} \end{array}$$

3、全加器:两个二进制数相加运算,两个输入端,一个进位输入端,一个本位输出端,一个进位输出端。

第一个半加器的输出端连接到第二个半加器的输入端,两个半加器的进位端组成或门输出为进位输出端,第二个半加器的输出端为全加器的本位输出端,第二个半加器的另一个输入端为进位输入端。

$$\begin{array}{rccc} & & \boxed{\text{输入端}} & \boxed{} \\ + & \boxed{\text{进位输出端}} & \boxed{\text{输入端}} & \boxed{\text{进位输入端}} \\ \hline & \boxed{} & \boxed{\text{本位输出端}} & \boxed{} \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} & & \boxed{1} & \boxed{} \\ + & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \hline & \boxed{} & \boxed{1} & \boxed{} \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} & & \boxed{1} & \boxed{} \\ + & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{1} \\ \hline & \boxed{} & \boxed{0} & \boxed{} \end{array}$$

4、加法器:将前一个半加器的进位输出端与后一个半加器的进位输入端相连接。

5、二进制的减法:

负数的二进制:将最高位作为符号位,正数为0,负数为1,例如:10010 表示-2。

$$\begin{array}{rr} & 2 \\ + & -2 \\ \hline & 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rr} & 0\,0\,0\,1\,0 \\ + & 1\,0\,0\,1\,0 \\ \hline & 1\,0\,1\,0\,0 \end{array}$$

结果为-4,显然不对。

求一下2加上什么数等于0。

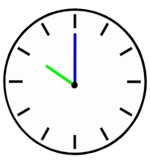
$$\begin{array}{rr} & 2 \\ + & ? \\ \hline & 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rr} & 0\,0\,1\,0 \\ + & ?\,?\,?\,? \\ \hline & 0\,0\,0\,0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rr} & 0\,0\,1\,0 \\ + & 1\,1\,1\,0 \\ \hline & 0\,0\,0\,0 \end{array} \qquad 1110+0010=10000$$

同理求-3。

$$\begin{array}{rr} & 3 \\ + & ? \\ \hline & 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rr} & 0\,0\,1\,1 \\ + & ?\,?\,?\,? \\ \hline & 0\,0\,0\,0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rr} & 0\,0\,1\,1 \\ + & 1\,1\,0\,1 \\ \hline & 0\,0\,0\,0 \end{array} \qquad 1101+0011=10000$$

上面的1110和1101分别为2(0010)和3(0011)的补码,他们的和为16(10000),称为一组互补数,16为他们的模。

在计算机中,数据以二进制形式存储,且位数固定(如 8 位、16 位、32 位),这个固定位数的二进制数的取值范围被称为模。对于n位二进制数,模为2^n,例如8位二进制数的模为$2^8=256$。补码的本质是利用“模运算”的特性:一个数减去另一个数,等价于加上这个数的补数(模减去该数的绝对值)。



将时钟从10点拨到8点,可以向前拨2小时,也可以向后拨10小时。对于时钟,10$-$2等价于10+10,12就是模。

$7-2=5$

$7+8=15$(个位相同)

$-2 \Leftrightarrow -2+10=8$　　2和8对于模10互补。

$37-25=12$

$37+75=112$(个十位相同)

$-25 \Leftrightarrow -25+100=75$　　25和75关于100互补。

$1010-0111=0011$

$1010+1001=10011$(后四位相同)

$-0111 \Leftrightarrow -0111+10000=1001$　　0111和1001关于10000互补。

对于四位二进制数，他们与他们的互补数的和为10000，因此，求X的补码，就是10000−X，但是我们无法利用四位二进制数加法器去计算。

由于10000−X=1111+1−X，而1111−X就是X的反码，可以利用非门取反，然后+1得到补码。

对于任意二进制数，原码+补码=模，补码=反码+1。将补码−1取反，就能求得原码。

下面是四位二进制数−16到15的补码表：

0	0	0000	−1	1	1111
1	0	0001	−2	1	1110
2	0	0010	−3	1	1101
3	0	0011	−4	1	1100
4	0	0100	−5	1	1011
5	0	0101	−6	1	1010
6	0	0110	−7	1	1001
7	0	0111	−8	1	1000
8	0	1000	−9	1	0111
9	0	1001	−10	1	0110
10	0	1010	−11	1	0101
11	0	1011	−12	1	0100
12	0	1100	−13	1	0011
13	0	1101	−14	1	0010
14	0	1110	−15	1	0001
15	0	1111	−16	1	0000

n位二进制补码的取值范围为$[-2^{n-1},2^{n-1}-1]$，例如：8位二进制补码的取值范围是[−128,127]。

注意，上表中是将符号位和数据位分开的，有−16到15共32个数。而上面的取值范围公式包括了符号位，所以上表应该是五位二进制补码，即[−16，15]。包含符号位的四位二进制补码如下[−8，7]：

0	0000	−1	1111
1	0001	−2	1110
2	0010	−3	1101
3	0011	−4	1100
4	0100	−5	1011
5	0101	−6	1010
6	0110	−7	1001
7	0111	−8	1000

补码和原码：
对于正数，补码和原码相同；对于负数，例如：1010 原码表示 10，补码表示−6；1011 原码表示 11，补码表示−5。
溢出现象（ 127+1=−128； −128−1=127 ）：
正溢出：对于 8 位二进制补码表示有符号整数，最大的正数是+127，如果对+127 进行加 1 的操作，会导致正溢出，因为 01111111+1=10000000，最高位为 1，表示−128。
负溢出：最小负数是−128，如果对−128 进行减 1 操作，会导致负溢出，因为 10000000−1=01111111，最高位为 0，表示+127。

符号位的运算：
如果将符号位单独拿出来，该怎么参与运算。

1001−0010（9−2）

$$\begin{array}{r} \boxed{}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{1} \\ +\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{0} \\ \hline \boxed{}\ \boxed{0}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1} \end{array}$$

0111−1101（7−13）

$$\begin{array}{r} \boxed{}\ \boxed{0}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1} \\ +\ \boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{1}\ \boxed{1} \\ \hline \boxed{}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{1}\ \boxed{0} \end{array}$$

对于任意四位二进制数 X，Y（均为原码，且为正数），求 X−Y：
Y 取反+1 为 10000−Y
若 X>Y，X+10000−Y>10000，发生进位，结果为正；
若 X<Y，X+10000−Y<10000，不发生进位，结果为负。
通过最高位全加器的进位输出端判断正负，输出 1 为正，输出 0 为负，通过一个非门连接到−1 计算和取反的开关处，以及符号显示位。
对于任意四位二进制数 X，Y（均为原码，且为正数），进行以下运算：

	X+Y	−X−Y	X−Y（X>Y）	X−Y（X<Y）	−X+Y（X>Y）	−X+Y（X<Y）
X 符号	0	1	0	0	1	1
Y 符号	0	1	1	1	0	0
最高位全加器进位输出	0	1	1	0	0	1
结果正负	0	1	0	1	1	0

四位二进制加法器输入端的取值范围：X，Y 异号，因为 X、Y<10000，所以 X−Y 或 Y−X<10000。输入任意四位二进制数都能正确输出结果。X，Y 同号，±（X+Y）时，由于最大只能输出四位二进制数，因此要求输入 X+Y<10000。
上表中，X+Y 时，由于 X+Y<10000，因此不会进位，最高位全加器进位输出 0；−X−Y 时，用加法器计算前要先取反+1，即 10000−X+10000−Y=100000−（X+Y），由于 X+Y<10000，因此 100000−（X+Y）>100000−10000=10000，会发生进位，最高位全加器进位输出 1。
从上表中可以看出，X、Y 符号和最高位全加器进位输出值接入到全加器中，本位输出值刚好满足结果的符号值。

符号位完全可以参与到加法器的计算中，需要注意，如果这样做，左侧最高位为符号位，需要将其直接连接到加法器的最高位，不需要接入取反器和+1 半加器组，同理，拆掉左侧最高位的−1 加法器和取反器，将加法器最高位本位输出端连接到−1 和取反器的控制线上，以及最左侧的符号位。

6、乘法器
11×13=143
1011×1101=10001111

```
        1011
×       1101
------------
        1011
       0000
      1011
     1011
------------
    10001111
```

1011×1=1011

1011×0=0000

1011×1=1011

1011×1=1011

0×0=0

0×1=0

1×0=0

1×1=1（符合与门的特征。）

将乘数的每一位与被乘数作与门运算，并将结果移位后相加。

7、除法器

154÷10=15……4

10011010÷1010=1111……0100

```
              0
1010 ) . 1 0 0 1 1 0 1 0
       . 1 0 1 0
       ------------------
       − 0 0 0 1
```

注意：试减结果为负，商取0，除数向低位移动1位。

```
            01111
1010 ) 10011010
        1010
       ---------
        10010
         1010
         --------
         10001
          1010
          -------
          01110
           1010
           ------
           0100
```

试减结果为负，商取0，除数向低位移动1位。试减结果为正，商取1，除数向低位移动1位继续下一位减法运算，当余数小于除数时，停止运算。

注意，对于八位除以四位除法器：

1、对于每个加法器下方输入端空出来的位数，将其设置为1；每个加法器最右侧进位输入端设置为1。

2、当除数为二、三、四位数时，需要锁住第一、第一二、第一二三个试减选择模块的控制线，以确保除数位移到正确位置后才开始运算。

3、前四个加法器分别为除数为一、二、三、四位数时的首次试减运算，若试减结果为负，除数向低位移动1位，参与试减运算的被除数将增加1位，因此需要从第五个加法器起，每个加法器最左侧添加1位全加器，即第五至八个加法器为五位加法器。

4、为保证除数不能为零，使用一个或非门连接除数输入端，输出商和余数的阻断信号。

设两个四位二进制数X、Y，则X、Y ≤ 15。X<Y时：

2X+1−Y=X+1+（X−Y）

X−Y<0，X+1 ≤ 16

2X+1−Y ≤ 15（四位二进制数）